

第1讲 二次函数基础练习

一、二次函数的相关概念

练习

1. 2019~2020学年12月陕西西安西咸新区西北工业大学启迪中学初三上学期月考第12题3分 ★★

已知 y 关于 x 的二次函数 $y = (k+1)x^{k^2-2k-1} + 3$ ，则 k 的值是 _____。

【答案】 3

【解析】 $\because y = (k+1)x^{k^2-2k-1} + 3$ 是关于 x 的二次函数，

$$\therefore \begin{cases} k+1 \neq 0 \\ k^2-2k-1=2 \end{cases} \quad \begin{cases} k \neq -1 \\ k^2-2k-3=0 \end{cases}$$

解得： $k=3$ ，

故 k 的值是 3。

故答案为：3。

【标注】 【知识点】 利用二次函数的定义求参数的值

2. 2019~2020学年陕西西安雁塔区西安市高新第一中学初三上学期期末第11题3分 ★★

若函数 $y = (3-m)x^{m^2-7} - x + 1$ 是二次函数，则 m 的值为 _____。

【答案】 -3

【解析】 $\because$ 函数 $y = (3-m)x^{m^2-7} - x + 1$ 是二次函数，

$$\therefore m^2 - 7 = 2, \text{ 且 } 3 - m \neq 0,$$

解得： $m = -3$ 。

【标注】 【知识点】 利用二次函数的定义求参数的值

3. ★★

已知函数 $y = (m^2 + m)x^{m^2-m} + (m^2 + 3m + 2)x + m^2 + 2m$ 是二次函数，则函数为 _____。

【答案】 $y = 6x^2 + 12x + 8$

【解析】 由题意得： $\begin{cases} m^2 - m = 2 \\ m^2 + m \neq 0 \end{cases}$ ，解得 $m = 2$ ，故函数为： $y = 6x^2 + 12x + 8$ 。

【标注】【知识点】利用二次函数的定义求参数的值

练习

4. 2017~2018学年河南新乡卫滨区新乡市第七中学初三上学期期中第2题3分 ★

在抛物线 $y = -2(x - 1)^2$ 上的一个点是 () .

- A. (2, 3) B. (-2, 3) C. (1, -5) D. (0, -2)

【答案】 D

【解析】 $x = 2$ 时, $y = -2(2 - 1)^2 = -2 \neq 3$, 故 (2, 3) 不是该函数上的点;

$x = -2$ 时, $y = -2(-2 - 1)^2 = -18 \neq 3$, 故 (-2, 3) 不是该函数上的点;

$x = 1$ 时, $y = -2(1 - 1)^2 = 0 \neq -5$, 故 (1, -5) 不是该函数上的点;

$x = 0$ 时, $y = -2(0 - 1)^2 = -2$, 故 (0, -2) 是该函数上的点.

【标注】【知识点】点在二次函数图象上

5. 2017~2018学年10月天津河西区自立中学初三上学期月考第5题3分 ★★

若二次函数 $y = (m + 1)x^2 - mx + m^2 - 2m - 3$ 的图象经过原点, 则 m 的值必为 () .

- A. -1或3 B. -1 C. 3 D. -3或1

【答案】 C

【解析】 $\because$ 二次函数 $y = (m + 1)x^2 - mx + m^2 - 2m - 3$ 的图象经过原点 (0, 0),

$$\therefore m^2 - 2m - 3 = 0,$$

$$\text{解得 } m_1 = -1, m_2 = 3,$$

$\because y = (m + 1)x^2 - mx + m^2 - 2m - 3$ 是二次函数,

$$\therefore m + 1 \neq 0, \text{ 即 } m \neq -1,$$

$$\therefore m = 3.$$

【标注】【知识点】点在二次函数图象上

6. 2019~2020学年浙江宁波鄞州区宁波市鄞州区邱隘实验中学初三上学期期中第13题4分 ★★

二次函数 $y = 2x^2 - 5kx - 3$ 的图象经过点 $M(-2, 10)$, 则 $k =$ _____ .

【答案】 $\frac{1}{2}$

【解析】 将 $M(-2, 10)$ 代入 $y = 2x^2 - 5kx - 3$,

$$\text{得 } 2 \times 4 + 10k - 3 = 10,$$

$$\therefore k = \frac{1}{2}.$$

【标注】【知识点】点在二次函数图象上

7. 2019~2020学年浙江温州鹿城区南浦实验中学初三上学期期中第6题4分 ★★

已知抛物线 $y = x^2 + x - 1$ 经过点 $P(m, 5)$ ，则代数式 $m^2 + m + 100$ 的值为 () .

- A. 104 B. 105 C. 106 D. 107

【答案】C

【解析】抛物线 $y = x^2 + x - 1$ 经过点 $P(m, 5)$ ，
所以 $5 = m^2 + m - 1$ ，所以 $m^2 + m = 6$ ，
所以代数式 $m^2 + m + 100 = 6 + 100 = 106$ ，
故答案为 C .

【标注】【知识点】点在二次函数图象上

8. 2019~2020学年河北唐山路南区初三上学期期末第8题2分 ★★

若点 $P(m, n)$ 在抛物线 $y = x^2 + x - 2020$ 上，则 $m^2 + m - n$ 的值为 () .

- A. 2021 B. 2020 C. 2019 D. 2018

【答案】B

【解析】点 $P(m, n)$ 在抛物线 $y = x^2 + x - 2020$ 上，
则 $n = m^2 + m - 2020$ ，
故 $m^2 + m - n = 2020$ ，
故选：B .

【标注】【知识点】点在二次函数图象上

练习

9. 2020~2021学年广东广州越秀区广州市第二中学初三上学期期中第9题3分 ★★

下列对二次函数 $y = x^2 - x$ 的图象的描述，正确的是 () .

- A. 开口向下 B. 对称轴是 y 轴
C. 顶点坐标为 $(\frac{1}{2}, -\frac{1}{4})$ D. 在对称轴右侧部分， y 随 x 的增大而减小

【答案】C

【解析】A 选项： $y = x^2 - x$ 中， $a = 1 > 0$ ，抛物线开口向上，故 A 错误；

B 选项： $y = x^2 - x$ 中，对称轴为直线 $x = -\frac{b}{2a} = \frac{-1}{2 \times 1} = \frac{1}{2}$ ，

故 B 错误；

C 选项： $y = x^2 - x = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}$ ，顶点坐标 $\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}\right)$ ，

故 C 正确；

D 选项： $y = x^2 - x$ 中， $a = 1 > 0$ ，开口向上，对称轴右侧 y 随 x 增大而增大，

故 D 错误。

故选 C。

【标注】【知识点】二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的增减性

10. 2019~2020 学年 5 月陕西西安雁塔区西安科技大学附属中学初三下学期月考第 10 题 3 分 ★★

对于二次函数 $y = x^2 - 4x + 3$ ，下列说法正确的是（ ）。

A. 对称轴为 $y = 2$

B. 顶点坐标为 $(2, -1)$

C. 其图象与 x 轴没有交点

D. 当 $x < 2$ 时， y 随 x 的增大而增大

【答案】B

【解析】在 $y = x^2 - 4x + 3$ 中，

$$y = x^2 - 4x + 3 = (x - 2)^2 - 1，$$

∴ 对称轴为直线 $x = 2$ ，

顶点坐标为 $(2, -1)$ ，

故 A 错误，B 正确；

又 ∵ $a = 1 > 0$ ，

∴ 当 $x < 2$ 时， y 随 x 的增大而减小，

故 D 错误；

$$\text{又} \because \Delta = (-4)^2 - 4 \times 1 \times 3 = 4 > 0，$$

∴ 图象与 x 轴有两个交点，

故 C 错误，

∴ 选 B。

【标注】【知识点】二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的增减性

11. 2017~2018 学年天津和平区天津市益中学校初三上学期单元测试《二次函数》第 6 题 5 分 ★★

二次函数 $y = mx^2 - 4x + 1$ 有最小值 -3 ，则 m 等于（ ）。

A. 1

B. -1

C. ± 1

D.

$$\pm \frac{1}{2}$$

【答案】 A

【解析】 最小值 $= \frac{4ac - b^2}{4a} = \frac{4m - 16}{4m} = 3$, 解得 $m = 1$.

故选 : A .

【标注】 【知识点】 实数范围内求二次函数最值

12. 2016~2017学年天津河北区初三上学期期中第5题3分 ★

二次函数 $y = \frac{1}{2}x^2 - 6x + 21$ 的顶点坐标是 () .

A. $(-6, 3)$

B. $(-6, 21)$

C. $(6, 3)$

D. $(6, 21)$

【答案】 C

【解析】 $\because y = \frac{1}{2}x^2 - 6x + 21 = \frac{1}{2}(x - 6)^2 + 3$,

$\therefore$ 抛物线顶点坐标为 $(6, 3)$.

【标注】 【知识点】 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的顶点

13. 3月天津和平区天津市第一中学初三下学期月考 ★★★

若抛物线 $y = x^2 - 4x + c$ 的顶点在 x 轴上 , 则 c 的值是 ____ .

【答案】 4

【解析】 $\because y = x^2 - 4x + c = (x - 2)^2 + c - 4$,

$\therefore$ 其顶点坐标为 $(2, c - 4)$,

$\therefore$ 顶点在 x 轴上 ,

$\therefore c - 4 = 0$, 解得 $c = 4$,

考点 : 二次函数的性质 .

【标注】 【知识点】 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的顶点

14. 2015~2016学年天津和平区初三上学期期中 ★★★

已知抛物线 $y = x^2 - (k + 2)x + 9$ 的顶点在 y 轴上 , 则 k 的值为 ____ .

【答案】 -2

【解析】

解：当抛物线 $y = x^2 - (k+2)x + 9$ 的顶点在 y 轴上时， $x = -\frac{b}{2a} = \frac{k+2}{2} = 0$ ，解得 $k = -2$ 。

故答案为：-2。

【标注】【知识点】二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的顶点

15. 2018~2019学年江苏苏州常熟市初三上学期期末第3题3分 ★★

二次函数 $y = (x+2)^2 - 1$ 的图象的顶点坐标是（ ）。

- A. (2, -1) B. (-2, -1) C. (2, 1) D. (-2, 1)

【答案】B

【解析】因为 $y = (x+2)^2 - 1$ ，
所以二次函数图象的顶点坐标为 $(-2, -1)$ 。
故选 B。

【标注】【知识点】二次函数 $y = a(x-h)^2 + k$ 的图象和性质

16. 2017~2018学年吉林长春宽城区长春市第七十二中学初三上学期期中第11题5分 ★★

已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$)，其中 a, b, c 满足 $a + b + c = 0$ 和 $9a - 3b + c = 0$ ，则该二次函数图象的对称轴是直线 _____。

【答案】 $x = -1$

【解析】方程 $9a - 3b + c = 0$ 减去方程 $a + b + c = 0$ ，
可得 $8a - 4b = 0$ ，
根据对称轴公式整理得：对称轴为 $x = -\frac{b}{2a} = -1$ 。
故该二次函数图象的对称轴是直线 $x = -1$ 。

【标注】【知识点】已知抛物线上对称的两点求对称轴

17. 2015年辽宁盘锦双台子区盘锦实验中学初三中考三模第6题3分 ★★

若二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的 x 与 y 的部分对应值如下表，则当 $x = 1$ 时， y 的值为（ ）。

x	-7	-6	-5	-4	-3	-2
y	-27	-13	-3	3	5	3

- A. 5 B. -3 C. -13 D. -27

【答案】D

【解析】由表可知，函数过点 $(-4, 3)$ 和点 $(-2, 3)$ ，
 两点纵坐标相同横坐标不同，说明是关于函数对称轴对称的两点，
 故抛物线对称轴为 $x = \frac{-4-2}{2} = -3$.
 根据函数对称性可知，
 $x = 1$ 时，函数值与 $x = -7$ 时的函数值相等，
 即 $y = -27$.

【标注】【知识点】根据二次函数的对称性求函数值

18. 2018~2019学年6月北京东城区北京文汇中学初二下学期周测B卷（第15周）第9题3分 ★

抛物线 $y = 2(x + m)^2 + n$ (m, n 是常数) 的顶点坐标是 () .

- A. (m, n) B. $(-m, n)$ C. $(m, -n)$ D. $(-m, -n)$

【答案】 B

【解析】因为抛物线 $y = 2(x + m)^2 + n$ 是顶点式，根据顶点式的坐标特点，它的顶点坐标是 $(-m, n)$.
 故选 B.

【标注】【知识点】二次函数 $y = a(x-h)^2 + k$ 的图象和性质

|| 练习

19. 2017~2018学年9月天津河西区天津市新华中学初三上学期月考第8题3分 ★★

已知点 $(-1, y_1)$, $(-3.5, y_2)$, $(0.5, y_3)$ 在函数 $y = 3x^2 + 6x + 12$ 的图像上，则 y_1, y_2, y_3 的大小关系是 () .

- A. $y_1 > y_2 > y_3$ B. $y_2 > y_1 > y_3$ C. $y_2 > y_3 > y_1$ D. $y_3 > y_1 > y_2$

【答案】 C

【解析】抛物线的对称轴为直线 $x = -1$ ，开口向上，
 点 $(0.5, y_3)$ 的对称点为 $(-2.5, y_3)$ ，
 $\because -3.5 < -2.5 < -1$ ，
 $\therefore y_2 > y_3 > y_1$ ，
 故 C 正确 .

【标注】【知识点】二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的增减性

20. ★★

已知抛物线 $y = x^2 - 2x + k$ 上有三个点 $A(1, y_1)$, $B(2, y_2)$, $C(-\sqrt{3}, y_3)$, 则 y_1 , y_2 , y_3 的大小关系是 () .

- A. $y_1 > y_2 > y_3$ B. $y_2 > y_1 > y_3$ C. $y_3 > y_1 > y_2$ D. $y_3 > y_2 > y_1$

【答案】 D

【解析】 观察所给点的横坐标和对称轴的位置关系判断 .

【标注】 【知识点】 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的增减性

21. 2019~2020学年重庆南岸区重庆110中学初三下学期单元测试《二次函数》第9题4分 ★★

若二次函数 $y = x^2 - 6x + 9$ 的图象经过 $A(-1, y_1)$, $B(1, y_2)$, $C(3 + \sqrt{3}, y_3)$ 三点 . 则关于 y_1 , y_2 , y_3 大小关系正确的是 () .

- A. $y_1 > y_2 > y_3$ B. $y_1 > y_3 > y_2$ C. $y_2 > y_1 > y_3$ D. $y_3 > y_1 > y_2$

【答案】 A

【解析】 二次函数对称轴为直线 $x = -\frac{-6}{2 \times 1} = 3$,

$$3 - (-1) = 4 ,$$

$$3 - 1 = 2 ,$$

$$3 + \sqrt{3} - 3 = \sqrt{3} ,$$

$$\therefore 4 > 2 > \sqrt{3} ,$$

$$\therefore y_1 > y_2 > y_3 .$$

故选 : A .

【标注】 【知识点】 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的增减性

22. 2020~2021学年10月天津河北区天津市汇森中学初三上学期月考第16题 ★★

已知点 $A(4, y_1)$, $B(\sqrt{2}, y_2)$, $C(-2, y_3)$ 都在二次函数 $y = (x - 2)^2 - 1$ 的图象上 , 则 y_1 , y_2 , y_3 的大小关系是 _____ .

【答案】 $y_3 > y_1 > y_2$

【解析】 解法一 :

函数 $y = (x - 2)^2 - 1$ 图象的对称轴为直线 $x = 2$,

$\therefore$ 函数 $y = (x - 2)^2 - 1$ 开口向上 , 且 A , B , C 三点中点 B 距离对称轴最近 , 点 C 距离对称轴最远 ,

$$\therefore y_3 > y_1 > y_2 .$$

解法二：

把 $A(4, y_1)$, $B(\sqrt{2}, y_2)$, $C(-2, y_3)$ 分别代入 $y = (x - 2)^2 - 1$ 得：

$$y_1 = (4 - 2)^2 - 1 = 3, \quad y_2 = (\sqrt{2} - 2)^2 - 1 = 5 - 4\sqrt{2}, \quad y_3 = (-2 - 2)^2 - 1 = 15,$$

$$\therefore 15 > 3 > 5 - 4\sqrt{2},$$

$$\therefore y_3 > y_1 > y_2.$$

【标注】【知识点】二次函数 $y = a(x - h)^2 + k$ 的图象和性质

23. 2018~2019学年天津河东区初三上学期期中第5题3分 ★★

若 $A(-4, y_1)$, $B(-1, y_2)$, $C(2, y_3)$ 为二次函数 $y = -(x - 2)^2 + 3$ 的图象上的三点，则 y_1 , y_2 , y_3 大小关系是 () .

- A. $y_1 < y_2 < y_3$ B. $y_3 < y_1 < y_2$ C. $y_3 < y_2 < y_1$ D. $y_2 < y_1 < y_3$

【答案】 A

【解析】 $y = -(x - 2)^2 + 3$ 的对称轴为 $x = 2$ 且开口向下，

当 $x < 2$ 时， y 随 x 增大而增大，

$\therefore A(-4, y_1)$, $B(-1, y_2)$, $C(2, y_3)$ 为二次函数 $y = -(x - 2)^2 + 3$ 的图象上的三点，

$$\therefore y_1 < y_2 < y_3,$$

故选 A .

【标注】【知识点】二次函数 $y = a(x - h)^2 + k$ 的图象和性质

24. 2018年陕西西安长安初三中考一模第10题3分 ★★★

二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a > 0$) 图象经过五个点 $A(-1, n)$ 、 $B(3, n)$ 、 $C(m + 1, y_1)$ 、 $D(1 - m, y_2)$ 和 $E(1, y_3)$ ，下列关系正确的是 () .

- A. $y_1 > y_2 > y_3$ B. $y_1 = y_2 > y_3$ C. $y_1 < y_2 < y_3$ D. $y_3 > y_1 > y_2$

【答案】 B

【解析】 $\because$ 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a > 0$) 的图象经过点 $A(-1, n)$ 、 $B(3, n)$ ，

$\therefore$ 此函数图象的开口向上，对称轴为直线 $x = \frac{-1 + 3}{2}$ 即 $x = 1$.

$\therefore E(1, y_3)$ 点为此函数图象的最低点 .

$$\therefore m + 1 - 1 = m, \quad 1 - m - 1 = -m,$$

$|m| = |-m|$ ，该函数的图象经过所给的五个点，

$\therefore m \neq 0$ ，且点 $C(m + 1, y_1)$ ， $D(1 - m, y_2)$

分别位于对称轴两侧，这两点到对称轴的距离相等 .

$$\therefore y_1 = y_2.$$

综上 $y_1 = y_2 > y_3$.

故选 B .

【标注】【知识点】二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的增减性

25. 2020年辽宁沈阳沈北新区东北育才双语学校初三中考二模第8题3分 ★★

若二次函数 $y = |a|x^2 + bx + c$ 的图象经过 $A(m, n)$ 、 $B(0, y_1)$ 、 $C(3-m, n)$ 、 $D(\sqrt{2}, y_2)$ 、 $E(2, y_3)$,
则 y_1 、 y_2 、 y_3 的大小关系是 () .

- A. $y_1 < y_3 < y_2$ B. $y_1 < y_2 < y_3$ C. $y_2 < y_3 < y_1$ D. $y_3 < y_2 < y_1$

【答案】 C

【解析】 $\because$ 经过 $A(m, n)$ 、 $C(3-m, n)$,
 $\therefore$ 二次函数的对称轴 $x = \frac{3}{2}$,
 $\because B(0, y_1)$ 、 $D(\sqrt{2}, y_2)$ 、 $E(2, y_3)$ 与对称轴的距离 B 最远 , D 最近 ,
 $\because |a| > 0$,
 $\therefore y_1 > y_3 > y_2$.
故选 C .

【标注】【知识点】二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的增减性

26. 2020~2021学年浙江杭州萧山区萧山区高桥初级中学初三下学期开学考试第9题3分 ★★

已知 $P_1(x_1, y_1)$, $P_2(x_2, y_2)$ 是抛物线 $y = ax^2 + 6ax$ 上的点 , 下列命题正确的是 () .

- A. 若 $|x_1 + 3| > |x_2 + 3|$, 则 $y_1 > y_2$ B. 若 $|x_1 + 3| > |x_2 + 3|$, 则 $y_1 < y_2$
C. 若 $|x_1 + 3| = |x_2 + 3|$, 则 $y_1 = y_2$ D. 若 $y_1 = y_2$, 则 $x_1 = x_2$

【答案】 C

【解析】 抛物线 $y = ax^2 + 6ax$, 对称轴 $x = -\frac{6a}{2a} = -3$,
当 $a > 0$ 时 , 抛物线的开口向上 ,
 $\therefore$ 若 $|x_1 + 3| > |x_2 + 3|$, 则 $y_1 > y_2$,
 $|x_1 + 3| = |x_2 + 3|$, 则 $y_1 = y_2$,
当 $a < 0$ 时 , 抛物线的开口向下 ,
 $\therefore$ 若 $|x_1 + 3| > |x_2 + 3|$, 则 $y_1 < y_2$,
 $|x_1 + 3| = |x_2 + 3|$, 则 $y_1 = y_2$,
故 A、B 错误 ; 故 C 正确 ;
若 $y_1 = y_2$, 则 $x_1 = x_2$, 或 $\frac{x_1 + x_2}{2} = -3$, 故 D 错误 ;

故选 C .

【标注】【知识点】二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的增减性

27. ★★

已知抛物线 $y = (x - 1)^2 + m$ (m 是常数), 点 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 在抛物线上, 若

$x_1 < 1 < x_2$, $x_1 + x_2 > 2$, 则下列大小比较正确的是 () .

- A. $m > y_1 > y_2$ B. $m > y_2 > y_1$ C. $y_1 > y_2 > m$ D. $y_2 > y_1 > m$

【答案】 D

【解析】 增减性, 画图即可 .

【标注】【知识点】二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的增减性

28. ★★

已知 $a < -1$, 点 $(a-1, y_1)$, (a, y_2) , $(a+1, y_3)$ 都在二次函数 $y = ax^2 - 3ax + b$ 的图象上, 则 () .

- A. $y_1 < y_2 < y_3$ B. $y_1 < y_3 < y_2$ C. $y_3 < y_2 < y_1$ D. $y_2 < y_1 < y_3$

【答案】 A

【解析】 因为 $a < -1$, 所以: $a-1 < a < a+1 < 0$, 函数 $y = ax^2 - 3ax + b$ 的对称轴为 $x = \frac{3}{2}$, 开口向下, 由图象知当 $x < \frac{3}{2}$ 时, y 随着 x 的增大而增大, 所以, $y_1 < y_2 < y_3$. 选 A .

【标注】【知识点】二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的增减性

29. 2018~2019学年10月湖北武汉东湖高新区光谷实验中学初三上学期月考第8题3分 ★★

二次函数 $y = -2x^2 - 12x - 16$ 的图象经过点 $A(-2, y_1)$ 、 $B(1, y_2)$ 、 $C(-\sqrt{17}, y_3)$, 则 y_1 , y_2 , y_3 的大小关系是 () .

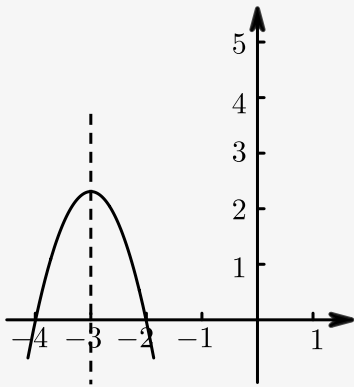
- A. $y_2 > y_3 > y_1$ B. $y_1 > y_3 > y_2$ C. $y_3 > y_1 > y_2$ D. $y_1 > y_2 > y_3$

【答案】 B

【解析】 函数对称轴 $x = \frac{-b}{2a} = -\frac{-12}{-4} = -3$,

令 $y = 0$, 可求出函数与 x 轴的交点是 $(-2, 0)$ 、 $(-4, 0)$,

由以上 3 个条件可大致画出函数图象,



并确定 A 、 B 、 C 三个点的位置，

得出： $y_2 > y_3 > y_1$ ，

故选： B 。

【标注】【知识点】二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的增减性

30. 2019~2020学年3月陕西西安雁塔区西安高新第三中学初三下学期月考第10题3分 ★★

已知两点 $A(-3, y_1)$ 、 $B(5, y_2)$ 均在抛物线 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 上，点 $C(x_0, y_0)$ 是该抛物线的顶点，若 $y_1 > y_2 \geq y_0$ ，则 x_0 的取值范围是（ ）。

A. $x_0 > -3$

B. $x_0 \geq 5$

C. $1 < x_0 \leq 5$

D. $x_0 > 1$

【答案】 D

【解析】 $\because$ 点 $C(x_0, y_0)$ 是抛物线的顶点， $y_1 > y_2 \geq y_0$ ，

$\therefore y_0$ 为函数的最小值，

$\therefore$ 抛物线的开口向上， $a > 0$ ，

$\because y_1 > y_2$ ， $A(-3, y_1)B(5, y_2)$ ，

$\therefore$ 点 A ，点 B 可能在对称轴的两侧或在对称轴的左侧，

①当点 A ，点 B 在对称轴两侧时，点 B 到对称轴的距离小于点 A 到对称轴的距离，则有：

$$5 - x_0 < x_0 - (-3)，$$

$$5 - x_0 < x_0 + 3，$$

$$x_0 > 1，$$

②当点 A ，点 B 都在对称轴左侧时， y 随 x 的增大而减小，则有 $x_0 > 5$ ，

综上所述： $x_0 > 1$ 。

故选 D 。

【标注】【知识点】二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的增减性

31. 2017年天津和平区初三中考一模第12题3分 ★★

已知抛物线 $y = x^2 - (2m + 1)x + 2m$ 不经过第三象限，且当 $x > 2$ 时，函数值 y 随 x 的增大而增大，则实数 m 的取值范围是（ ）.

- A. $0 \leq m \leq \frac{3}{2}$ B. $m \geq \frac{3}{2}$ C. $0 \leq m \leq 1$ D. $0 < m \leq \frac{3}{2}$

【答案】 A

【解析】 $\because$ 图象不经过第三象限，

$$\therefore 2m \geq 0,$$

$$\therefore m \geq 0,$$

$$\because \text{函数开口向上，对称轴为 } \frac{2m+1}{2},$$

又当 $x > 2$ 时，函数值 y 随 x 的增大而增大，

$$\therefore \frac{2m+1}{2} \leq 2,$$

$$\therefore m \leq \frac{3}{2}.$$

【标注】 【知识点】 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的增减性

32.

2019~2020学年陕西西安碑林区西安交通大学附属中学初三下学期单元测试《方程 不等式》第16题

★★

已知二次函数 $y = -x^2 + 2bx + c$ ，当 $x > 1$ 时， y 的值随 x 值的增大而减小，则实数 b 的取值范围是（ ）.

- A. $b \geq -1$ B. $b \leq -1$ C. $b \geq 1$ D. $b \leq 1$

【答案】 D

【解析】 $\because$ 抛物线 $y = -x^2 + 2bx + c$ 的对称轴为直线 $x = -\frac{2b}{2 \times (-1)} = b$ ，

而 $a < 0$ ，

$\therefore$ 当 $x > b$ 时， y 随 x 的增大而减小，

$\therefore$ 当 $x > 1$ 时， y 的值随 x 值的增大而减小，

$$\therefore b \leq 1.$$

【标注】 【知识点】 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的增减性

33.

2020~2021学年广东广州越秀区广东实验中学初三上学期期中（广东实验中学教育集团）第9题3分

★★

关于 x 的二次函数 $y = x^2 - mx + 5$ ，当 $x \geq 1$ 时， y 随 x 的增大而增大，则实数 m 的取值范围是（ ）。

A. $m < 2$

B. $m = 2$

C. $m \leq 2$

D. $m \geq 2$

【答案】 C

【解析】 函数的对称轴为： $x = \frac{1}{2}m$ ，

$x \geq 1$ 时， y 随 x 的增大而增大，

则 $\frac{1}{2}m \leq 1$ ，

解得： $m \leq 2$

故选 C。

【标注】【知识点】二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的增减性

34. 2020~2021 学年 12 月浙江杭州上城区北京师范大学附属杭州中学初三上学期月考第 7 题 3 分 ★★

关于二次函数 $y = 3x^2 - (m - 3)x + 6$ ，当 $x > 8$ 时， y 随着 x 的增大而增大，则 m 的取值范围是（ ）。

A. $m \geq -45$

B. $m \geq -21$

C. $m \leq 27$

D. $m \leq 51$

【答案】 D

【解析】 $\because y = 3x^2 - (m - 3)x + 6$

对称轴： $x = -\frac{-(m-3)}{2 \times 3}$

$= \frac{m-3}{6}$ ，

$\because x > 8$ 时 y 随 x 增大而增大，

$\therefore \frac{m-3}{6} \leq 8$ ，

$m \leq 51$ 。

故选 D。

【标注】【知识点】二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的增减性

35. 2019~2020 学年四川绵阳涪城区绵阳东辰国际学校初三上学期开学考试第 9 题 ★★

已知二次函数 $y = -x^2 + (m - 1)x + 1$ ，当 $x > 1$ 时， y 随 x 的增大而减小，则 m 的取值范围是（ ）。

A. $m = -1$

B. $m = 3$

C. $m \geq -1$

D. $m \leq 3$

【答案】 D

【解析】 二次函数 $y = -x^2 + (m-1)x + 1$,
 对称轴为直线 $x = -\frac{b}{2a} = \frac{m-1}{2}$,
 $\therefore$ 当 $x > 1$ 时, y 随 x 的增大而减小,
 $\therefore$ 对称轴在直线 $x = 1$ 的左侧,
 $\therefore \frac{m-1}{2} \leq 1$,
 $\therefore m \leq 3$.
 故选 D .

【标注】 【知识点】二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的增减性

36. 2019~2020学年浙江杭州余杭区初三上学期期中第7题3分 ★★

已知关于 x 的二次函数 $y = -(x-m)^2 + 2$, 当 $x > 1$ 时, y 随 x 的增大而减小, 则实数 m 的取值范围是 () .

- A. $m \leq 0$. B. $0 < m \leq 1$ C. $m \leq 1$ D. $m \geq 1$

【答案】 C

【解析】 函数对称轴为 $x = m$,
 $\therefore x > 1$ 时, y 随 x 增大而减小,
 $\therefore m \leq 1$,
 即开口向下时, 对称轴在 $x = 1$ 的左侧, 可等于 1 .
 故选 C.

【标注】 【知识点】二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的增减性

37. 2020~2021学年10月浙江杭州江干区杭州市景芳中学初三上学期月考第10题3分 ★★★

二次函数 $y = (x-4)(x-4m)$ (其中 $m > 0$) , 下列说法正确的 () .

- A. 当 $x > 2$ 时, 都有 y 随着 x 的增大而增大
 B. 当 $x < 3$ 时, 都有 y 随着 x 的增大而减小
 C. 若当 $x < n$ 时, 都有 y 随着 x 的增大而减小, 则 $n \leq 2 + 2m$
 D. 若当 $x < n$ 时, 都有 y 随着 x 的增大而减小, 则 $n \geq 2m$

【答案】 C

【解析】 二次函数 $y = (x-4)(x-4m) = x^2 - (4m+4)x + 16m$
 $= [x - (2m+2)]^2 + 16m - 4m^2 - 8m - 4$
 $= [x - (2m+2)]^2 - 4m^2 + 8m - 4$

$$= [x - (2m + 2)]^2 - 4(m - 1)^2 .$$

对称轴为直线 $x = 2m + 2 > 2$, $m > 0$.

抛物线图象开口向上 , 当 $x \leq 2m + 2$ 时 , y 随 x 增大而减小 ;

当 $x \geq 2m + 2$ 时 , y 随 x 增大而增大 .

$\because m > 0$,

$\therefore m = 2$ 时符合题意 , 此时对称轴为直线 $x = 4$.

$\therefore 2 < x \leq 4$ 时 , y 随 x 增大而减小 .

$x > 4$ 时 , y 随 x 增大而增大 .

故 A 错误 .

当 $m = 0.1$ 时 , 对称轴为直线 $x = 2.2$.

$\therefore x < 2.2$ 时 , y 随 x 增大而减小 ,

$2.2 < x < 3$ 时 , y 随 x 增大而增大 .

故 B 错误 .

抛物线对称轴为直线 $x = 2m + 2$,

当 $x < n$ 时 , 都有 y 随 x 增大而减小 ,

$\therefore n$ 在对称轴左侧 ,

即 $n \leq 2m + 2$, 故 C 正确 . D 错误 .

故选 C .

【标注】【知识点】二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的增减性

二、 待定系数法求二次函数解析式

练习

38. 2015~2016 学年 10 月天津和平区天津市第二十一中学初三上学期月考第 20 题 8 分 ★★

已知抛物线经过点 $(3, 14)$, $(1, 4)$, $(2, 7)$ 三点 , 求抛物线解析式 .

【答案】 $y = 2x^2 - 3x + 5$.

【解析】 设抛物线解析式为 $y = ax^2 + bx + c$,

$$\text{根据题意得} \begin{cases} 9a + 3b + c = 14 \\ a + b + c = 4 \\ 4a + 2b + c = 7 \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} a = 2 \\ b = -3 \\ c = 5 \end{cases}$$

所以抛物线解析式为 $y = 2x^2 - 3x + 5$.

【标注】【知识点】二次函数一般式

39. ★★★

已知一个二次函数过 $(0,0)$ 、 $(-1,11)$ 、 $(1,9)$ 三点，求二次函数的解析式。

【答案】 $y = 10x^2 - x$.

【解析】 设二次函数的解析式为： $y = ax^2 + bx + c$,

$\therefore$ 函数图象经过 $(0,0)$ 、 $(-1,11)$ 、 $(1,9)$ 三点 ,

$$\therefore \begin{cases} 0 = c \\ 11 = a - b + c \\ 9 = a + b + c \end{cases} \text{ , 解此方程组得: } \begin{cases} a = 10 \\ b = -1 \\ c = 0 \end{cases} .$$

$\therefore$ 二次函数的解析式为 $y = 10x^2 - x$.

【标注】 【能力】 运算能力

【知识点】 二次函数一般式

40. ★★

解答下列问题 .

(1) 已知二次函数与 x 轴交于点 $(-2,0)$, $(4,0)$ 两点 , 且过点 $(1, -\frac{9}{2})$, 求二次函数解析式 .

(2) 已知抛物线的图象经过 $(-2,0)$, $(-3,9)$, $(6,0)$, 求其解析式 .

【答案】 (1) $y = \frac{1}{2}x^2 - x - 4$.

(2) $y = x^2 - 4x - 12$.

【解析】 (1) 设二次函数解析式为 $y = a(x+2)(x-4)$,

$\therefore$ 函数图象过点 $(1, -\frac{9}{2})$,

$$\therefore -\frac{9}{2} = a(1+2) \times (1-4) , \text{ 解得 } a = \frac{1}{2} ,$$

$\therefore$ 抛物线解析式为 $y = \frac{1}{2}(x+2)(x-4)$,

$$\text{即 } y = \frac{1}{2}x^2 - x - 4 .$$

(2) 设二次函数解析式为 $y = a(x+2)(x-6)$,

$\therefore$ 函数图象过点 $(-3,9)$,

$$\therefore 9 = a(-3+2) \times (-3-6) , \text{ 解得 } a = 1 ,$$

$\therefore$ 抛物线解析式为 $y = (x+2)(x-6)$,

$$\text{即 } y = x^2 - 4x - 12 .$$

【标注】 【知识点】 二次函数双根式 (交点式)

41. 2017~2018学年10月天津和平区天津市第十九中学初三上学期月考第21题8分 ★★★

根据条件求二次函数的解析式

(1) 抛物线过 $(-1,-1)$, $(1,3)$, $(0,2)$ 三点 .

(2) 抛物线的顶点坐标为 $(-1, -1)$, 且与 y 轴交点的纵坐标为 -3 .

【答案】 (1) $y = -x^2 + 2x + 2$.

(2) $y = -2x^2 - 4x - 3$.

【解析】 (1) 设出抛物线的解析式为 $y = ax^2 + bx + c$, 将点 $(-1, -1)$, $(1, 3)$, $(0, 2)$,

$$\text{代入解析式得: } \begin{cases} a - b + c = 0 \\ a + b + c = 3 \\ c = 2 \end{cases} ,$$

$$\text{解得: } \begin{cases} a = -1 \\ b = 2 \\ c = 2 \end{cases} ,$$

$\therefore$ 抛物线解析式为: $y = -x^2 + 2x + 2$.

(2) $\therefore$ 抛物线的顶点坐标为 $(-1, -1)$,

$\therefore$ 设抛物线的解析式为: $y = a(x + 1)^2 - 1$,

$\therefore$ 抛物线与 y 轴交点的纵坐标为 -3 ,

$$\therefore -3 = a(0 + 1)^2 - 1 ,$$

解得 $a = -2$.

$\therefore$ 抛物线的解析式是 $y = -2(x + 1)^2 - 1$,

即 $y = -2x^2 - 4x - 3$.

【标注】 【能力】运算能力

【方法】待定系数法

【知识点】二次函数一般式

42. 2018~2019学年广东肇庆端州区南国中英文学校初三上学期期中第18题6分 ★★

已知抛物线的顶点坐标为 $M(1, -2)$, 且经过点 $N(2, 3)$, 求此二次函数的解析式 .

【答案】 $y = 5(x - 1)^2 - 2$.

【解析】 已知抛物线的顶点坐标为 $M(1, -2)$,

设此二次函数的解析式为 $y = a(x - 1)^2 - 2$,

把点 $(2, 3)$ 代入解析式, 得:

$$a - 2 = 3 , \text{ 即 } a = 5 ,$$

$\therefore$ 此函数的解析式为 $y = 5(x - 1)^2 - 2$.

【标注】 【知识点】二次函数顶点式

43. 2017~2018学年广东广州天河区广州市第一一三中学初三上学期期中第18题8分 ★★

已知抛物线的顶点是 $(1, -3)$, 且经过点 $(2, 1)$, 求这条抛物线的解析式 .

【答案】 $y = 4(x - 1)^2 - 3$.

【解析】 设抛物线解析式为 $y = a(x - 1)^2 - 3$,

$\because$ 图象经过点 $(2, 1)$,

代入得 $a - 3 = 1$,

解得 $a = 4$,

$\therefore$ 抛物线解析式为 $y = 4(x - 1)^2 - 3$.

【标注】 【知识点】二次函数顶点式

44. ★★

已知：二次函数的顶点为 $A(-1, 4)$, 且过点 $B(2, -5)$, 求该二次函数的解析式 .

【答案】 二次函数的解析式 $y = -x^2 - 2x + 3$.

【解析】 设此二次函数的解析式为 $y = a(x + 1)^2 + 4$

$\because$ 其图象经过点 $(2, -5)$,

$\therefore -5 = a(2 + 1)^2 + 4$,

$\therefore a = -1$,

$\therefore y = -(x + 1)^2 + 4 = -x^2 - 2x + 3$.

$\therefore$ 二次函数的解析式 $y = -x^2 - 2x + 3$.

【标注】 【知识点】二次函数顶点式

45. 2017~2018学年北京西城区北京市三帆中学初三上学期期中第21题5分 ★★

已知抛物线经过点 $(0, -3)$, $(3, 0)$, $(-1, 0)$. 求此抛物线的解析式 .

【答案】 $y = x^2 - 2x - 3$.

【解析】 $\because$ 抛物线经过点 $(0, -3)$, $(3, 0)$, $(-1, 0)$,

$\therefore$ 设 $y = a(x - 3)(x + 1)$,

代入点 $(0, -3)$,

$\therefore -3 = a \times (-3) \times 1$,

$\therefore a = 1$,

$\therefore y = (x - 3)(x + 1)$,

$= x^2 - 2x - 3$.

【标注】 【知识点】二次函数对称点式

46. ★★★

已知二次函数图象经过点 $A(1, 3)$ 、 $B(0, 2)$ 、 $C(5, 3)$ 三点，求此二次函数解析式。

【答案】 $y = -\frac{1}{5}x^2 + \frac{6}{5}x + 2$.

【解析】 解法一：设一般式。设此二次函数解析式为： $y = ax^2 + bx + c$ ，

$$\text{由题知 } \begin{cases} a + b + c = 3 \\ c = 2 \\ 25a + 5b + c = 3 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} a = -\frac{1}{5} \\ b = \frac{6}{5} \\ c = 2 \end{cases},$$

$\therefore$ 此二次函数的解析式为 $y = -\frac{1}{5}x^2 + \frac{6}{5}x + 2$.

解法二：设顶点式。

$\because$ 抛物线经过 $A(1, 3)$ 、 $C(5, 3)$ ， $\therefore$ 抛物线的对称轴为 $x = 3$.

设抛物线的解析式为： $y = a(x - 3)^2 + h$ ，

$$\text{将 } A(1, 3)、B(0, 2) \text{ 代入得 } \begin{cases} 4a + h = 3 \\ 9a + h = 2 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} a = -\frac{1}{5} \\ h = \frac{19}{5} \end{cases},$$

$\therefore$ 抛物线的解析式为 $y = -\frac{1}{5}(x - 3)^2 + \frac{19}{5}$ ，

化为一般式为 $y = -\frac{1}{5}x^2 + \frac{6}{5}x + 2$.

解法三：设对称式。

$\because$ 抛物线经过 $A(1, 3)$ 、 $C(5, 3)$ ，

$\therefore$ 设抛物线的解析式为： $y = a(x - 1)(x - 5) + 3$.

将 $B(0, 2)$ 代入得 $5a + 3 = 2$ ，解得 $a = -\frac{1}{5}$ ，

$\therefore$ 抛物线的解析式为 $y = -\frac{1}{5}(x - 1)(x - 5) + 3$ ，

化为一般式得 $y = -\frac{1}{5}x^2 + \frac{6}{5}x + 2$.

故答案为： $y = -\frac{1}{5}x^2 + \frac{6}{5}x + 2$.

【标注】【知识点】二次函数一般式

三、二次函数几何变换

练习

47. 2017~2018学年10月湖北黄石铁山区黄石市第十四中学初三上学期月考第7题3分 ★★

抛物线 $y = (x + 2)^2 - 3$ 可以由抛物线 $y = x^2$ 平移得到，则下列平移过程正确的是 () .

- A. 先向左平移 2 个单位，再向上平移 3 个单位 B. 先向左平移 2 个单位，再向下平移 3 个单位
C. 先向右平移 2 个单位，再向下平移 3 个单位 D. 先向右平移 2 个单位，再向上平移 3 个单位

【答案】 B

【解析】 抛物线 $y = x^2$ 向左平移 2 个单位可得到抛物线 $y = (x + 2)^2$,
 抛物线 $y = (x + 2)^2$, 再向下平移 3 个单位即可得到抛物线 $y = (x + 2)^2 - 3$.
 故平移过程为 . 先向左平移 2 个单位 , 再向下平移 3 个单位 .
 故选 B .

【标注】 【知识点】二次函数平移变换

48. 2019~2020 学年 2 月陕西西安西咸新区清华大学附属中学秦汉学校初三下学期周测 D 卷第 2 题 ★★

要将抛物线 $y = x^2 + 2x + 3$ 平移后得到抛物线 $y = x^2$, 下列平移方法正确的是 () .
 A. 向左平移 1 个单位 , 再向上平移 2 个单位 B. 向左平移 1 个单位 , 再向下平移 2 个单位
 C. 向右平移 1 个单位 , 再向上平移 2 个单位 D. 向右平移 1 个单位 , 再向下平移 2 个单位

【答案】 D

【解析】 $y = x^2 + 2x + 3 = (x + 1)^2 + 2$,
 该抛物线的顶点坐标是 $(-1, 2)$, 抛物线 $y = x^2$ 的顶点坐标是 $(0, 0)$,
 则平移的方法可以是 : 将抛物线 $y = x^2 + 2x + 3$ 向右移 1 个单位 , 再向下平移 2 个单位 .
 故选 : D .

【标注】 【知识点】二次函数平移变换

49. 2017~2018 学年广东广州海珠区广州市海珠区六中珠江中学初三上学期期中第 3 题 3 分 ★★

将抛物线 $y = (x - 1)^2 + 3$ 向左平移 1 个单位 , 再向下平移 3 个单位后所得抛物线的解析式为 () .
 A. $y = (x - 2)^2$ B. $y = (x - 2)^2 + 6$ C. $y = x^2 + 6$ D. $y = x^2$

【答案】 D

【解析】 将抛物线 $y = (x - 1)^2 + 3$ 向左平移 1 个单位所得直线解析式为 : $y = (x - 1 + 1)^2 + 3$, 即
 $y = x^2 + 3$,
 再向下平移 3 个单位为 : $y = x^2 + 3 - 3$, 即 $y = x^2$,
 故选 : D .

【标注】 【知识点】二次函数平移变换

50. 2019~2020 学年浙江杭州西湖区杭州市保俶塔实验学校申花校区初三上学期开学考试第 4 题 3 分

★★

抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 的图象先向右平移 2 个单位 , 再向下平移 3 个单位 , 所得图象的函数解析式为
 $y = (x - 1)^2 - 4$, 则 b 、 c 的值为 () .

A. $b = 2, c = -6$

B. $b = 2, c = 0$

C. $b = -6, c = 8$

D. $b = -6, c = 2$

【答案】 B**【解析】** 函数 $y = (x - 1)^2 - 4$ 的顶点坐标为 $(1, -4)$, $\therefore$ 是向右平移 2 个单位, 再向下平移 3 个单位得到,

$$\therefore 1 - 2 = -1, -4 + 3 = -1,$$

 $\therefore$ 平移前的抛物线的顶点坐标为 $(-1, -1)$, $\therefore$ 平移前的抛物线为 $y = (x + 1)^2 - 1$,

$$\text{即 } y = x^2 + 2x,$$

$$\therefore b = 2, c = 0.$$

【标注】 【知识点】二次函数平移变换

51. 2017~2018 学年 4 月江苏扬州江都市初三下学期月考第 8 题 3 分 ★★

将抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2 - 6x + 21$ 向左平移 2 个单位长度后, 得到新抛物线的解析式为 ().

A. $y = \frac{1}{2}(x - 8)^2 + 5$

B. $y = \frac{1}{2}(x - 4)^2 + 5$

C. $y = \frac{1}{2}(x - 8)^2 + 3$

D. $y = \frac{1}{2}(x - 4)^2 + 3$

【答案】 D**【解析】** 方法一: $y = \frac{1}{2}x^2 - 6x + 21$

$$= \frac{1}{2}(x^2 - 12x) + 21$$

$$= \frac{1}{2}[(x - 6)^2 - 36] + 21$$

$$= \frac{1}{2}(x - 6)^2 + 3$$

故 $y = \frac{1}{2}(x - 6)^2 + 3$, 向左平移 2 个单位长度后,得到新抛物线的解析式为: $y = \frac{1}{2}(x - 4)^2 + 3$.

故选 D.

方法二: $y = \frac{1}{2}x^2 - 6x + 21$ 可配方成 $y = \frac{1}{2}(x - 6)^2 + 3$, 顶点坐标为 $(6, 3)$, $\therefore$ 将图象向左平移 2 个单位长度, $\therefore$ 顶点向左平移 2 个单位长度,即新抛物线的顶点坐标变为 $(4, 3)$, 而开口方向及大小不变, $\therefore$ 新抛物线的解析式为 $y = \frac{1}{2}(x - 4)^2 + 3$.

故选 D.

方法三: 直接运用函数图象左右平移的“左加右减”法则, 向左平移 2 个单位长度,

即原来解析式中所有的“ x ”均要变为“ $x+2$ ”，

于是新抛物线的解析式为 $y = \frac{1}{2}(x+2)^2 - 6(x+2) + 21$ ，

整理得 $y = \frac{1}{2}x^2 - 4x + 11$ ，

配方后得 $y = \frac{1}{2}(x-4)^2 + 3$ 。

故选 D。

【标注】【知识点】二次函数平移变换

52. ★★

将平面直角坐标系平移后，函数 $y = 2x^2 + 4x - 3$ 的解析式变为 $y = 2x^2 - 4x + 3$ ，则平面直角坐标系平移可以是（ ）。

- A. 向左平移 2 个单位，向上平移 6 个单位 B. 向右平移 2 个单位，向上平移 6 个单位
C. 向左平移 2 个单位，向下平移 6 个单位 D. 向右平移 2 个单位，向下平移 6 个单位

【答案】 C

【解析】 由题意得：向左平移 2 个单位，向下平移 6 个单位解析式将变为 $y = 2x^2 - 4x + 3$ 。

【标注】【知识点】二次函数平移变换

练习

53. 2017 年上海徐汇区初三中考一模第 3 题 4 分 ★★

如果将某一抛物线向右平移 2 个单位，再向上平移 2 个单位后所得新抛物线的表达式是 $y = 2(x-1)^2$ ，那么原抛物线的表达式是（ ）。

- A. $y = 2(x-3)^2 - 2$ B. $y = 2(x-3)^2 + 2$ C. $y = 2(x+1)^2 - 2$ D. $y = 2(x+1)^2 + 2$

【答案】 C

【解析】 一条抛物线向右平移 2 个单位，再向上平移 2 个单位后所得抛物线的表达式为

$$y = 2(x-1)^2,$$

抛物线的表达式为 $y = 2(x-1)^2$ ，左移 2 个单位，下移 2 个单位得原函数解析式

$$y = 2(x+1)^2 - 2.$$

【标注】【知识点】二次函数平移变换

54. 2017~2018 学年 5 月浙江杭州拱墅区锦绣育才科技集团初三下学期月考（校四模）第 14 题 4 分 ★★

若抛物线 $y = x^2 - 2x + 5$ 不动，将平面直角坐标系 xOy 先沿水平方向向右平移一个单位，再沿垂直方向向上平移三个单位，则原抛物线的解析式应变为 _____ .

【答案】 $y = x^2 + 1$

【解析】 相当于把抛物线向左平移 1 个单位，再向下平移 3 个单位，

$$\text{则 } y = (x + 1)^2 - 2(x + 1) + 5 - 3 ,$$

$$\text{即 } y = x^2 + 1 .$$

【标注】 【能力】 运算能力

【知识点】 二次函数平移变换

55. 2016~2017 学年吉林松原宁江区初三上学期期中第 13 题 3 分 ★★

在平面直角坐标系中，若抛物线 $y = (x - 1)^2 + 2$ 不动，将平面直角坐标系 xOy 先沿水平方向向右平移一个单位，再沿铅直方向向上平移三个单位，则原抛物线图象的解析式应变为 _____ .

【答案】 $y = x^2 - 1$

【解析】 将平面直角坐标系 xOy 先沿水平方向向右平移一个单位，再沿铅直方向向上平移三个单位，这个相当于把抛物线向左平移一个单位，再向下平移 3 个单位，

$$\therefore y = (x - 1)^2 + 2 ,$$

$$\therefore \text{原抛物线图象的解析式应变为 } y = (x - 1 + 1)^2 + 2 - 3 = x^2 - 1 .$$

$$\text{故答案为： } y = x^2 - 1 .$$

【标注】 【思想】 函数思想

【知识点】 二次函数平移变换

【能力】 运算能力

56. ★★

在平面直角坐标系中，如果抛物线 $y = 3x^2 - 3$ 不动，而把 x 轴、 y 轴分别向上、向右平移 3 个单位，那么在新坐标系中此抛物线的解析式是 _____

【答案】 $y = 3(x + 3)^2 - 6$

【解析】 在平面直角坐标中，如果抛物线 $y = 3x^2 - 3$ 不动，而把 x 轴、 y 轴分别向上、向右平移 3 个单位，那么在新坐标系中此抛物线的解析式是 $y = 3(x + 3)^2 - 6$.

【标注】 【知识点】 二次函数平移变换

57. 2018~2019学年福建福州鼓楼区福州一中初三上学期期中第9题4分 ★★

已知 $y = 2x^2$ 的图象是抛物线，若抛物线不动，把 x 轴、 y 轴分别向上、向右平移 2 个单位，那么在新坐标系下抛物线的解析式是（ ）.

- A. $y = 2(x - 2)^2 + 2$ B. $y = 2(x + 2)^2 - 2$ C. $y = 2(x - 2)^2 - 2$ D. $y = 2(x + 2)^2 + 2$

【答案】 B

【解析】 先将 x 轴、 y 轴的平移转化为抛物线的平移，

即可看做把抛物线沿 x 轴方向向左平移 2 个单位长度，沿 y 轴方向向下平移 2 个单位长度，

原抛物线的顶点为 $(0, 0)$ ，向左平移 2 个单位长度，再向下平移 2 个单位长度，

那么新抛物线的顶点为 $(-2, -2)$.

可设新抛物线的解析式为 $y = 2(x - h)^2 + k$ ，代入得： $y = 2(x + 2)^2 - 2$.

【标注】 【知识点】 二次函数平移变换

|| 练习

58. 2020~2021学年浙江杭州余杭区杭州英特外国语学校初三上学期开学考试第7题3分 ★★

已知坐标平面上有两个二次函数 $y = a(x - 1)(x + 7)$ ， $y = b(x + 1)(x - 15)$ 的图象. 其中 a 、 b 为整数，判断将二次函数 $y = b(x + 1)(x - 15)$ 的图象依下列哪一种方式平移后，会使得此两图象的对称轴重叠（ ）.

- A. 向左平移 8 单位 B. 向右平移 8 单位 C. 向左平移 10 单位 D. 向右平移 10 单位

【答案】 C

【解析】 $y = a(x - 1)(x + 7)$ ，

$$x_1 = \frac{1 - 7}{2} = -3，$$

$$y = b(x + 1)(x - 15)，$$

$$x_2 = \frac{-1 + 15}{2} = 7，$$

由 $x_2 = 7$ 平移至 $x_1 = -3$ 需左移 10 个单位 .

【标注】 【知识点】 二次函数平移变换

59. 2017年陕西西安碑林区西北工业大学附属中学初三中考二模第10题 ★★★

已知二次函数 $y = x^2 - bx + 1$ ，当 b 从 -1 逐渐变化到 1 的过程中，它所对应的抛物线位置也随之变化，下列关于抛物线移动方向的描述中，正确的是（ ）.

- A. 先往左上方移动，在往左下方移动 B. 在往左下方移动，先往左上方移动

C. 先往右上方移动，在往右下方移动

D. 在往右下方移动，先往右上方移动

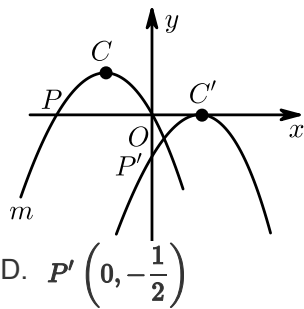
【答案】 C

【解析】 $y = x^2 - bx + 1 = \left(x - \frac{b}{2}\right)^2 + \frac{4-b^2}{4}$ ，所以顶点是 $\left(\frac{b}{2}, \frac{4-b^2}{4}\right)$ ，根据 b 的值的变化和抛物线顶点位置的变化，按照“左加右减，上加下减”的规律，抛物线的移动方向是先往右上方移动，再往右下方移动。
故选 C。

【标注】 【知识点】 二次函数平移变换

60. 2015年河北保定定州市初三中考一模第14题3分 ★★★

如图，已知在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $m: y = -2x^2 - 2x$ 的顶点为 C ，与 x 轴两个交点为 P ， Q 。现将抛物线 m 先向下平移再向右平移，使点 C 的对应点 C' 落在 x 轴上，点 P 的对应点 P' 落在 y 轴上，则下列各点的坐标不正确的是（ ）。



A. $C\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$

B. $C'(1, 0)$

C. $P(-1, 0)$

D. $P'\left(0, -\frac{1}{2}\right)$

【答案】 B

【解析】 $\because y = -2x^2 - 2x = -2x(x+1)$ 或 $y = -2\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}$ ，
 $\therefore P(-1, 0)$ ， $O(0, 0)$ ， $C\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ 。

又 $\because$ 将抛物线 m 先向下平移再向右平移，使点 C 的对应点 C' 落在 x 轴上，点 P 的对应点 P' 落在 y 轴上，

$\therefore$ 该抛物线向下平移了 $\frac{1}{2}$ 个单位，向右平移了 1 个单位，
 $\therefore C'\left(\frac{1}{2}, 0\right)$ ， $P'\left(0, -\frac{1}{2}\right)$ 。

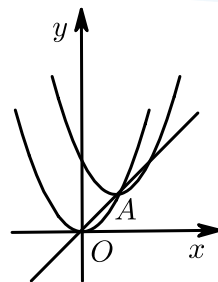
综上所述，选项 B 符合题意。

故选：B。

【标注】 【知识点】 二次函数平移变换

61. ★★★

如图，抛物线 $y = x^2$ 与直线 $y = x$ 交于 A 点，沿直线 $y = x$ 平移抛物线，使得平移后的抛物线顶点恰好为 A 点，则平移后抛物线的解析式是（ ）。



- A. $y = (x+1)^2 - 1$ B. $y = (x+1)^2 + 1$ C. $y = (x-1)^2 + 1$ D. $y = (x-1)^2 - 1$

【答案】 C

【标注】【知识点】二次函数平移变换

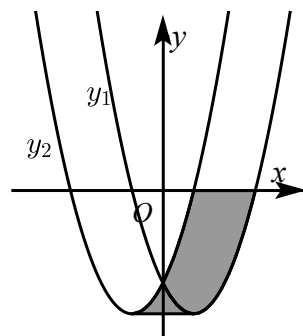
【知识点】一次函数与二次函数的交点

【能力】运算能力

练习

62. 2019~2020学年9月重庆重庆德普外国语学校初三上学期月考第15题4分 ★★

已知二次函数 $y_1 = x^2 + 2x - 3$ 的图象如图所示，将此函数图象向右平移 2 个单位得抛物线 y_2 的图象，则阴影部分的面积为 _____ .



【答案】 8

【解析】 二次函数 $y_1 = x^2 + 2x - 3 = (x+1)^2 - 4$,

顶点坐标为 $(-1, -4)$,

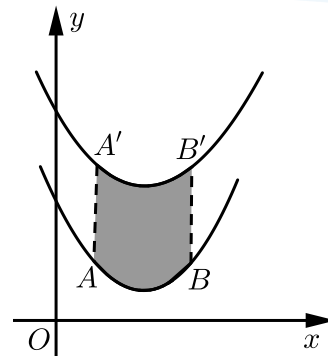
$S_{\text{阴影}} = 2 \times 4 = 8$.

故答案为：8 .

【标注】【知识点】二次函数平移变换

63. 2019~2020学年12月河北石家庄桥西区石家庄第十七中学初三上学期月考第18题4分 ★★

如图，将函数 $y = \frac{1}{2}(x-2)^2 + 1$ 的图象沿 y 轴向上平移得到一条新函数的图象，其中点 $A(1, m)$, $B(4, n)$ 平移后的对应点分别为点 A' 、 B' . 则 n 的值为 _____ . 若曲线 AB 扫过的面积为 12 (图中的阴影部分) , 则新图象的函数表达式是 _____ .



【答案】 $3; y = \frac{1}{2}(x-2)^2 + 5$

【解析】 一函数 $y = \frac{1}{2}(x-2)^2 + 1$ 的图象过点 $A(1, m)$, $B(4, n)$,

$$\therefore m = \frac{1}{2}(1-2)^2 + 1 = \frac{3}{2},$$

$$n = \frac{1}{2}(4-2)^2 + 1 = 3,$$

$$\therefore A\left(1, \frac{3}{2}\right), B(4, 3),$$

过 A 作 $AC \parallel x$ 轴, 交 $B'B$ 的延长线于点 C ,

$$\text{则 } C\left(4, \frac{3}{2}\right),$$

$$\therefore AC = 4 - 1 = 3,$$

$\therefore$ 曲线段 AB 扫过的面积为 12 (图中的阴影部分),

$$\therefore AC \cdot AA' = 3AA' = 12,$$

$$\therefore AA' = 4,$$

即将函数 $y = \frac{1}{2}(x-2)^2 + 1$ 的图象沿 y 轴向上平移 4 个单位长度得到一条新函数的图象,

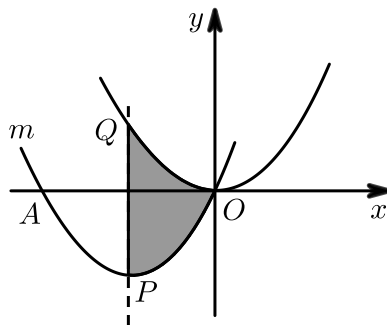
$\therefore$ 新图象的函数表达式是 $y = \frac{1}{2}(x-2)^2 + 5$.

故答案为: $3, y = \frac{1}{2}(x-2)^2 + 5$.

【标注】 【知识点】二次函数平移变换

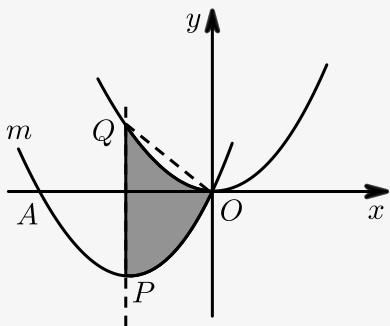
64. 2017年河南郑州初三中考一模第14题3分 ★★★

如图, 把抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2$ 平移得到抛物线 m , 抛物线 m 经过点 $A(-8, 0)$ 和原点 $O(0, 0)$, 它的顶点为 P , 它的对称轴与抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2$ 交于点 Q , 则图中阴影部分的面积为 _____.



【答案】 32

【解析】 连接 OQ 、 OP ，如图，



平移后的抛物线解析式为：

$$\begin{aligned}y &= \frac{1}{2}(x+8) \cdot x \\&= \frac{1}{2}x^2 + 4x \\&= \frac{1}{2}(x+4)^2 - 8,\end{aligned}$$

$\therefore P$ 点的坐标为 $(-4, -8)$ ，

抛物线 m 的对称轴为直线 $x = -4$ ，

当 $x = -4$ 时， $y = \frac{1}{2}x^2 = 8$ ，

则 Q 点的坐标为 $(-4, 8)$ ，

由于抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2$ 向左平移 4 个单位，再向下平移 8 个单位得到抛物线：

$$y = \frac{1}{2}(x+4)^2 - 8,$$

$\therefore$ 阴影部分的面积：

$$S_{\triangle OPQ} = \frac{1}{2} \times 4 \times (8+8) = 32.$$

故答案为 32.

【标注】【能力】推理论证能力

【知识点】二次函数平移变换

练习

65. ★★

已知二次函数 $y = x^2 - 2x - 1$ ，求：

- (1) 关于 x 轴对称的二次函数解析式.
- (2) 关于 y 轴对称的二次函数解析式.
- (3) 关于原点对称的二次函数解析式.

【答案】(1) $y = -x^2 + 2x + 1$.

(2) $y = x^2 + 2x - 1$.

$$(3) y = -x^2 - 2x + 1.$$

【解析】(1) 二次函数解析式转化为顶点式为 $y = (x - 1)^2 - 2$ ，顶点坐标为 $(1, -2)$ ，

关于 x 轴对称后顶点坐标为 $(1, 2)$ ，开口大小不变，方向改变，

则对称后的解析式是 $y = -(x - 1)^2 + 2$ ，即 $y = -x^2 + 2x + 1$ 。

(2) 关于 y 轴对称后顶点坐标为 $(-1, -2)$ ，开口大小和方向不变，则对称后的解析式

是 $y = (x + 1)^2 - 2$ ，即 $y = x^2 + 2x - 1$ 。

(3) 关于原点对称后顶点坐标为 $(-1, 2)$ ，开口大小不变，方向改变，则对称后的解析

式是 $y = -(x + 1)^2 + 2$ ，即 $y = -x^2 - 2x + 1$ 。

【标注】【知识点】二次函数图象关于坐标轴对称

66. ★★★

在平面直角坐标系中，先将抛物线 $y = x^2 + 2x - 8$ 关于 y 轴作轴对称变换，再将所得的抛物线关于 x 轴作轴对称变换，那么经过两次变换后所得的新抛物线的解析式为 _____。

【答案】 $y = -x^2 + 2x + 8$

【解析】∵ 抛物线 $y = x^2 + 2x - 8$ 关于 y 轴作轴对称变换，再将所得的抛物线关于 x 轴作轴对称变换，

实质是抛物线 $y = x^2 + 2x - 8$ 关于原点中心对称，

∴ 经过两次变换后所得的新抛物线的解析式为： $y = -x^2 + 2x + 8$ 。

【标注】【知识点】二次函数图象关于坐标轴对称

67. ★★★

在直角坐标系中，抛物线 y_1 与抛物线 y_2 关于 y 轴对称，抛物线 y_2 与抛物线 y_3 关于 x 轴对称，且

$y_3 = ax^2 + bx + c$ ，则抛物线 y_1 的解析式是 ()。

A. $y_1 = -ax^2 + bx + c$

B. $y_1 = -ax^2 - bx + c$

C. $y_1 = -ax^2 - bx - c$

D. $y_1 = -ax^2 + bx - c$

【答案】 D

【解析】∵ $y_3 = ax^2 + bx + c$ ，抛物线 y_2 与抛物线 y_3 关于 x 轴对称。

∴ 可得：抛物线 y_2 的解析式为 $y_2 = -ax^2 - bx - c$ ，

又抛物线 y_1 与抛物线 y_2 关于 y 轴对称

∴ 可得： $y_1 = -ax^2 + bx - c$

故选 D。

【标注】【知识点】二次函数图象关于坐标轴对称

68. ★★

在平面直角坐标系中，将抛物线 $y = 5x^2 + 10x + 5$ 关于原点中心对称变换后所得的新抛物线的解析式为 ()

A. $y = -5x^2 + 10x - 5$

B. $y = -5x^2 + 10x - 6$

C. $y = -5x^2 + 10x - 7$

D. $y = -5x^2 + 10x - 8$

【答案】C

【解析】在平面直角坐标系中，将抛物线 $y = 5x^2 + 10x + 5$ 关于原点中心对称变换后所得的新抛物线的解析式为 $y = -5x^2 + 10x - 7$

【标注】【知识点】二次函数图象关于原点对称

69. 2017~2018学年10月天津南开区天津市南开翔宇学校初三上学期月考第19题 ★★

已知抛物线 $y = 2x^2 - 4x + 5$.

(1) 直接写出它的关于 x 轴对称的抛物线的解析式 (用一般式表示) .

(2) 直接写出它的关于 y 轴对称的抛物线的解析式 (用一般式表示) .

(3) 直接写出它的关于原点对称的抛物线的解析式 (用一般式表示) .

(4) 直接写出将它绕其顶点旋转 180° 后所得到的抛物线的解析式 (用一般式表示) .

【答案】(1) $y = -2x^2 + 4x - 5$.

(2) $y = 2x^2 + 4x + 5$.

(3) $y = -2x^2 - 4x - 5$.

(4) $y = -2x^2 + 4x + 1$.

【解析】(1) 抛物线关于 x 轴对称的抛物线解析式，可知 x 不变， y 变为 $-y$ ，
即可得： $y = 2x^2 - 4x + 5 \Rightarrow y = -2x^2 + 4x - 5$.

(2) 抛物线关于 y 轴对称的抛物线解析式，可知 y 不变， x 变为 $-x$ ，
 $y = 2(-x)^2 - 4(-x) + 5 = 2x^2 + 4x + 5$.

(3) 抛物线关于轴对称的抛物线解析式，横纵坐标均为相反数，
 $-y = 2(-x)^2 - 4(-x) + 5 = 2x^2 + 4x + 5$ ，
 $y = -2x^2 - 4x - 5$.

(4) 抛物线绕顶点旋转 180° ，开口方向相反，对称轴即顶点不变。
 $y = -2x^2 + 4x + 1$.

【标注】【知识点】二次函数图象关于坐标轴对称

练习

70. 2014~2015学年浙江宁波北仑区初三上学期期末第5题3分 ★★★

图象与二次函数 $y = x^2 - 2x + 3$ 的图象关于直线 $x = -1$ 对称的二次函数是 () .

- A. $y = x^2 - 2x + 3$ B. $y = x^2 + 6x + 11$ C. $y = x^2 - 2x + 11$ D. $y = x^2 + 6x - 3$

【答案】 B

【解析】 因为 $y = x^2 - 2x + 3 = (x - 1)^2 + 2$,
所以抛物线 $y = x^2 - 2x + 3$ 的顶点坐标为 $(1, 2)$,
因为点 $(1, 2)$ 关于直线 $x = -1$ 对称的点的坐标为 $(-3, 2)$,
而抛物线 $y = x^2 - 2x + 3$ 关于直线 $x = -1$ 对称后图象的开口相同 ,
所以所求抛物线解析式为 $y = (x + 3)^2 + 2 = x^2 + 6x + 11$.

【标注】 【知识点】 二次函数关于平行坐标轴的直线对称

71. ★★★

与函数 $y = 2x^2 - 2x + 1$ 关于 $x = \frac{1}{2}$ 对称的函数解析式为 _____ .

【答案】 $y = 2x^2 - 2x + 1$

【解析】 容易判断原二次函数的对称轴为 $x = \frac{1}{2}$, 从而原函数本身关于 $x = \frac{1}{2}$ 对称 , 从而所求函数解析式便是原函数解析式 .

二次函数 $y = 2x^2 - 2x + 1$ 的对称轴为 $x = \frac{1}{2}$;

$\therefore$ 原函数关于直线 $x = \frac{1}{2}$ 对称 ;

$\therefore$ 与函数 $y = 2x^2 - 2x + 1$ 关于 $x = \frac{1}{2}$ 对称的函数解析式为 : $y = 2x^2 - 2x + 1$.

【标注】 【知识点】 二次函数关于平行坐标轴的直线对称

72. ★★★

如图 , 将抛物线 $l : y = 2x^2 - 4x + 3$ 沿直线 $y = -1$ 翻折得到抛物线 l' , 则抛物线 l' 的解析式为 () .

- A. $y = -2x^2 - 4x - 5$ B. $y = -2x^2 + 4x + 3$
C. $y = -\frac{1}{2}x^2 + x - 5$ D. $y = -2(x - 1)^2 - 3$

【答案】 D

【解析】 原抛物线的顶点为 $(1, 1)$ ，沿直线 $y = -1$ 翻折，那么新抛物线的顶点为 $(1, -3)$ ；
可设新抛物线的解析式为 $y = -2(x - h)^2 + k$ ，代入得： $y = -2(x - 1)^2 - 3$ 。

【标注】【知识点】二次函数关于平行坐标轴的直线对称

73. ★★

求抛物线 $y = 2x^2 + 6x - 1$ 关于直线 $y = -\frac{1}{2}$ 对称的抛物线的解析式。

【答案】 $y = -2x^2 - 6x$ 。

【标注】【知识点】二次函数关于平行坐标轴的直线对称

74. ★★

已知二次函数 $y = -x^2 + 3x - 2$ ，求：

(1) 与此二次函数关于直线 $x = 1$ 对称的二次函数解析式为 _____。

(2) 与此二次函数关于直线 $y = -4$ 对称的二次函数解析式为 _____。

【答案】 (1) $y = -x^2 + x$

(2) $y = x^2 - 3x - 6$

【解析】 (1) $y = -x^2 + 3x - 2$ 上一点 $A(x, y)$ 关于直线 $x = 1$ 的对称点 $B(2 - x, y)$ ；

用 $B(2 - x, y)$ 替换得新函数 $y = -(2 - x)^2 + 3(2 - x) - 2$ ，

整理可得 $y = -x^2 + x$ 。

故答案为： $y = -x^2 + x$ 。

(2) $y = -x^2 + 3x - 2$ 上一点 $A(x, y)$ 关于直线 $y = -4$ 的对称点 $B(x, -8 - y)$ ；

用 $B(x, -8 - y)$ 替换得新函数 $-8 - y = -x^2 + 3x - 2$ ；

整理可得 $y = x^2 - 3x - 6$ 。

故答案为： $y = x^2 - 3x - 6$ 。

【标注】【知识点】二次函数关于平行坐标轴的直线对称

练习

75. 2019~2020学年4月福建福州鼓楼区福州屏东中学初三下学期月考第6题4分 ★

抛物线 $y = -(x + 1)^2 - 4$ 在坐标平面内绕顶点旋转 180° 后得到的解析式为 ()。

A. $y = -(x - 1)^2 + 4$ B. $y = -(x - 1)^2 - 4$ C. $y = (x - 1)^2 + 4$ D. $y = (x + 1)^2 - 4$

【答案】 D

【解析】 由于抛物线 $y = -(x+1)^2 - 4$ 绕顶点旋转 180° 后抛物线的顶点坐标还是为 $(-1, -4)$,
并且开口方向相反 ,
则所得抛物线解析式为 $y = (x+1)^2 - 4$.
故选 D .

【标注】 【知识点】二次函数图象关于任意点对称

76. ★★

将抛物线 $y = x^2 - 12x + 56$ 绕它的顶点旋转 180° , 所得的解析式是 () .

- A. $y = -x^2 - 12x + 16$ B. $y = -x^2 + 12x - 16$
C. $y = -x^2 + 12x - 19$ D. $y = -x^2 + 12x - 20$

【答案】 B

【解析】 将抛物线 $y = x^2 - 12x + 56$ 绕它的顶点旋转 180° , 所得的解析式是 $y = -x^2 + 12x - 16$.

【标注】 【知识点】二次函数图象关于任意点对称

77. 2017~2018学年云南昆明五华区云南师范大学实验中学初三上学期期中第12题4分 ★★

将抛物线 $y = x^2 - 2x + 1$ 绕它的顶点旋转 180° , 所得抛物线的解析式是 () .

- A. $y = -x^2 - 2x + 1$ B. $y = -x^2 + 2x + 1$ C. $y = -x^2 - 2x - 1$ D. $y = -x^2 + 2x - 1$

【答案】 D

【解析】 $\because y = x^2 - 2x + 1 = (x-1)^2$,
 $\therefore$ 抛物线 $y = x^2 - 2x + 1$ 的顶点坐标为 $(1, 0)$,
 $\therefore$ 将抛物线 $y = x^2 - 2x + 1$ 绕顶点旋转 180° ,
 $\therefore$ 新抛物线的解析式为 $y = -(x-1)^2 = -x^2 + 2x - 1$.
故选 D .

【标注】 【知识点】二次函数图象关于任意点对称

78. 2016~2017学年11月北京北京一六一中初三上学期月考第7题3分 ★★★★★

将抛物线 $y = 2x^2 + 4$ 绕顶点旋转 180° , 则旋转后的抛物线的解析式为 () .

- A. $y = -2x^2 - 4$ B. $y = -2x^2 + 4$ C. $y = 2x^2 - 4$ D. $y = -2x^2$

【答案】 B

【解析】 $y = 2x^2 + 4$ 的顶点坐标为 $(0, 4)$,

∴ 抛物线 $y = 2x^2 + 4$ 绕原点 O 旋转 180° ,
 ∴ 旋转后的抛物线的顶点坐标为 $(0, 4)$, 开口方向改变 ,
 ∴ 旋转后的抛物线的解析式为 $y = -2x^2 + 4$.

【标注】【知识点】二次函数图象关于任意点对称

练习

79. 2018~2019学年江苏南京秦淮区初三上学期期末第11题2分 ★★★

将二次函数 $y = -2x^2 + 1$ 的图象绕点 $(0, 2)$ 顺时针旋转 180° , 得到的图象所对应的函数表达式为 _____ .

【答案】 $y = 2x^2 + 3$

【解析】 由题意得 $y = -2x^2 + 1$ 旋转后的顶点坐标为 $(0, 3)$, $a = 2$,
 ∴ 得到的函数表达式为 $y = 2x^2 + 3$.

【标注】【知识点】二次函数图象关于任意点对称

80. ★★

将抛物线 $y = 2x^2 - 12x + 22$ 绕点 $(5, 2)$ 旋转 180° 后 , 得到的新抛物线的解析式是 _____ .

【答案】 $y = -2x^2 + 28x - 98$

【解析】 设原来函数上一点坐标 (x, y) , 旋转后坐标 (x', y') ,

$$\frac{x + x'}{2} = 5, \quad \frac{y + y'}{2} = 2,$$

$$x = 10 - x', \quad y = 4 - y',$$

$$4 - y' = 2(10 - x')^2 - 12(10 - x') + 22,$$
 所以新抛物线的解析式是 $y = -2x^2 + 28x - 98$.

【标注】【知识点】二次函数图象关于任意点对称

81. ★

二次函数 $y = -x^2 - 4x - 8$ 的图象关于点 $A(2, 2)$ 对称的图象的解析式是 _____ .

【答案】 $y = x^2 - 12x + 44$

【解析】 二次函数解析式转化为顶点式 $y = -(x + 2)^2 - 4$, 顶点坐标为 $(-2, -4)$. 顶点关于 A 点对称后坐标为 $(6, 8)$, 开口大小不变 , 方向改变 , 所以 $a = 1$, 则对称后的解析式为

$$y = (x - 6)^2 + 8, \text{ 即 } y = x^2 - 12x + 44.$$

【标注】【知识点】二次函数图象关于任意点对称

82. 2018年江苏徐州初三自主招生（西安交大少年班选拔考试）第7题3分 ★★★

若二次函数 $y = x^2 - 3x + 2$ 的图象关于点 $(1, 1)$ 对称的曲线为 P ，则曲线 P 对应的解析式为 _____ .

【答案】 $y = -x^2 + x + 2$

【解析】 令 $y = 0$ ， $x^2 - 3x + 2 = 0$ ， $(x - 1)(x - 2) = 0$ ，

$$x_1 = 1, x_2 = 2,$$

$$\text{令 } x = 0, y = 2,$$

$$\therefore \text{二次函数 } y = x^2 - 3x + 2 \text{ 与 } x \text{ 轴交于 } (1, 0), (2, 0),$$

$$\text{与 } y \text{ 轴交于 } (0, 2),$$

$$\therefore \text{这三个点关于 } (1, 1) \text{ 对称点为 } (1, 2), (0, 2), (2, 0),$$

$$\text{设抛物线 } P \text{ 的解析式为 } y = ax^2 + bx + c,$$

$$\therefore \begin{cases} a + b + c = 2 \\ c = 2 \\ 4a + 2b + c = 0 \end{cases},$$

$$\text{解得 } \begin{cases} a = -1 \\ b = 1 \\ c = 2 \end{cases},$$

$$\therefore y = -x^2 + x + 2,$$

$$\therefore \text{曲线 } P \text{ 的解析式为 } y = -x^2 + x + 2.$$

【标注】【知识点】二次函数图象关于任意点对称

83. ★★

求抛物线 $y = -x^2 + 2x + 3$ 关于点 $(2, 3)$ 对称的抛物线的解析式 .

【答案】 $y = (x - 3)^2 + 2$.

【解析】 $y = -(x - 1)^2 + 4$

$$\therefore \text{顶点 } (1, 4) \text{ 关于 } (2, 3) \text{ 对称点为 } (3, 2),$$

$$\therefore \text{对称后抛物线解析式为 } y = (x - 3)^2 + 2.$$

$$\text{故答案为: } y = (x - 3)^2 + 2.$$

【标注】【知识点】二次函数图象关于任意点对称